RAPPEL : dérivées des fonctions usuelles

fonction :	$f(x)=k$ (constante)	$f(x)=ax+b$	$f(x)=x^n$	$f(x)=\frac{1}{x^n}$	$f(x)=\sqrt{x}$
fonction dérivée :	$f'(x)=0$	$f'(x)=a$	$f'(x)=nx^{n-1}$	$f'(x)=\frac{-n}{x^{n+1}}$	$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$

Dans cette fiche, on va utiliser les formules suivantes :

❸ La fonction dérivée de **u.v** est la fonction **u'.v + u.v'**

❹ La fonction dérivée de **u²** est la fonction **2.u'.u**

EXERCICE 4B.1 Déterminer la dérivée de la fonction f (sous la forme u^2) sur l'intervalle I.

1. $f(x)=(5x+3)^2$, I = $\mathbb{R}$ u = u' = Donc $f'(x)=$	**2.** $f(x)=(1-3x)^2$, I = $\mathbb{R}$ u = u' = Donc $f'(x)=$	**3.** $f(x)=\left(2x^3+1\right)^2$, I = $\mathbb{R}$ u = u' = Donc $f'(x)=$
4. $f(x)=\left(5+\frac{1}{x}\right)^2$, I = $\mathbb{R}^*$ u = u' = Donc $f'(x)=$	**5.** $f(x)=\left(3+\frac{1}{x^2}\right)^2$, I = $\mathbb{R}^*$ u = u' = Donc $f'(x)=$	**6.** $f(x)=\left(1+\sqrt{x}\right)^2$, I = [0 ; +∞[u = u' = Donc $f'(x)=$

EXERCICE 4B.2 Déterminer la dérivée de la fonction f (sous la forme u.v) sur l'intervalle I.

1. $f(x)=x\sqrt{x}$, I = [0 ; +∞[u = v = u' = v' = Donc $f'(x)=$	**2.** $f(x)=x^2\sqrt{x}$, I = [0 ; +∞[u = v = u' = v' = Donc $f'(x)=$
3. $f(x)=(2x-3)(5x+1)$, I = $\mathbb{R}$ u = v = u' = v' = Donc $f'(x)=$	**4.** $f(x)=\left(2x^2-3x\right)\left(5x^2+1\right)$, I = $\mathbb{R}$ u = v = u' = v' = Donc $f'(x)=$
5. $f(x)=x^3\left(3-5x^2\right)$, I = $\mathbb{R}$ u = v = u' = v' = Donc $f'(x)=$	**6.** $f(x)=\sqrt{x}\left(5-\frac{1}{x^4}\right)$, I = $\mathbb{R}^*$ u = v = u' = v' = Donc $f'(x)=$

CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI – MONTPELLIER

EXERCICE 4B.1 Déterminer la dérivée de la fonction f (sous la forme u ^{2}) sur l'intervalle I.

1. $f(x)=(5x+3)^2$, I = $\mathbb{R}$

u = $5x+3$

u' = 5

Donc $f'(x)=2\times(5x+3)\times5$

$=10(5x+3)$

2. $f(x)=(1-3x)^2$, I = $\mathbb{R}$

u = $1-3x$

u' = -3

Donc $f'(x)=2\times(1-3x)\times(-3)$

$=-6(1-3x)$

3. $f(x)=\left(2x^3+1\right)^2$, I = $\mathbb{R}$

u = $2x^3+1$

u' = $2\times3x^2=6x^2$

Donc $f'(x)=2\times\left(2x^3+1\right)\times6x^2$

$=12x^2\left(2x^3+1\right)$

4. $f(x)=\left(5+\dfrac{1}{x}\right)^2$, I = $\mathbb{R}^*$

u = $5+\dfrac{1}{x}$

u' = $-\dfrac{1}{x^2}$

$f'(x)=2\times\left(5+\dfrac{1}{x}\right)\times\left(-\dfrac{1}{x^2}\right)$

5. $f(x)=\left(3+\dfrac{1}{x^2}\right)^2$, I = $\mathbb{R}^*$

u = $3+\dfrac{1}{x^2}=3+x^{-2}$

u' = $-2\times x^{-3}=-\dfrac{2}{x^3}$

$f'(x)=2\times\left(3+\dfrac{1}{x^2}\right)\times\left(-\dfrac{2}{x^3}\right)$

6. $f(x)=\left(1+\sqrt{x}\right)^2$, I = [0 ; +∞[

u = $1+\sqrt{x}$

u' = $\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

Donc $f'(x)=2\times\left(1+\sqrt{x}\right)\times\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

$=\dfrac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$

EXERCICE 4B.2 Déterminer la dérivée de la fonction f (sous la forme u.v) sur l'intervalle I.

1. $f(x)=x\sqrt{x}$, I = [0 ; +∞[

u = x v = $\sqrt{x}$

u' = 1 v' = $\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

Donc $f'(x)=1\times\sqrt{x}+x\times\dfrac{1}{2\sqrt{x}}=\sqrt{x}+\dfrac{x}{2\sqrt{x}}$

$=\sqrt{x}+\dfrac{\sqrt{x}\times\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}=\sqrt{x}+\dfrac{\sqrt{x}}{2}=\dfrac{3\sqrt{x}}{2}$

2. $f(x)=x^2\sqrt{x}$, I = [0 ; +∞[

u = x^2 v = $\sqrt{x}$

u' = $2x$ v' = $\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

Donc $f'(x)=2x\times\sqrt{x}+x^2\times\dfrac{1}{2\sqrt{x}}=2x\sqrt{x}+\dfrac{x^2}{2\sqrt{x}}$

$=2x\sqrt{x}+\dfrac{x\times\sqrt{x}\times\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}=2x\sqrt{x}+\dfrac{x\sqrt{x}}{2}=\dfrac{5x\sqrt{x}}{2}$

3. $f(x)=(2x-3)(5x+1)$, I = $\mathbb{R}$

u = $2x-3$ v = $5x+1$

u' = 2 v' = 5

Donc $f'(x)=2\times(5x+1)+(2x-3)\times5$

$=10x+2+10x-15=20x-13$

4. $f(x)=\left(2x^2-3x\right)\left(5x^2+1\right)$, I = $\mathbb{R}$

u = $2x^2-3x$ v = $5x^2+1$

u' = $4x-3$ v' = $5\times2x=10x$

Donc $f'(x)=(4x-3)\left(5x^2+1\right)+\left(2x^2-3x\right)\times10x$

$f'(x)=20x^3+4x-15x^2-3+20x^3-30x^2$

$f'(x)=40x^3-45x^2+4x-3$

5. $f(x)=x^3\left(3-5x^2\right)$, I = $\mathbb{R}$

u = x^3 v = $3-5x^2$

u' = $3x^2$ v' = $-5\times2x=-10x$

Donc $f'(x)=3x^2\times\left(3-5x^2\right)+x^3\times(-10x)$

$=9x^2-15x^4-10x^4$

$=9x^2-25x^4=x^2\left(9-25x^2\right)$

6. $f(x)=\sqrt{x}\left(5-\dfrac{1}{x^4}\right)$, I = $\mathbb{R}^*$

u = $\sqrt{x}$ v = $5-\dfrac{1}{x^4}=5-x^{-4}$

u' = $\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ v' = $-(-4)x^{-5}=\dfrac{4}{x^5}$

Donc $f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\times\left(5-\dfrac{1}{x^4}\right)+\sqrt{x}\times\dfrac{4}{x^5}$