EXERCICE 4B.1

Résoudre chaque inéquation à l'aide d'un tableau de signe :

a. Résoudre : $(2x + 7)(3x - 2) > 0$

x			

S =

b. Résoudre : $(-5x + 4)(7 - 3x) \leq 0$

x			

S =

c. Résoudre : $\dfrac{7 - 3x}{x + 9} \geq 0$

x			

S =

d. Résoudre : $(2x + 3)(-3x + 4)(5 - 4x) < 0$

x				

S =

e. Résoudre : $\dfrac{(-x + 5)(3x - 1)}{(3 + 2x)(-7x - 3)} \leq 0$

x					

S =

EXERCICE 4B.2

On considère le polynôme P(x) = $6x^3 + 11x^2 - 4x - 4$.

a. Vérifier que (-2) est une racine de P(x).

b. En déduire que P(x) = (x + 2) × Q(x) où Q(x) est un polynôme du second degré que l'on déterminera.

c. Dresser le tableau de signe de Q(x) puis en déduire celui de P(x).

d. En déduire les solutions de l'inéquation P(x) $\geq$ 0.

EXERCICE 4B.3

On considère le polynôme P(x) = $4x^3 + 8x^2 - 15x - 9$.

a. Vérifier que (-3) est une racine de P(x).

b. En déduire que P(x) = (x + 3) × Q(x) où Q(x) est un polynôme du second degré que l'on déterminera.

c. Dresser le tableau de signe de Q(x) puis en déduire celui de P(x).

d. En déduire les solutions de l'inéquation P(x) > 0.

EXERCICE 4B.4

On considère le polynôme P(x) = $2x^4 - 3x^3 - 20x^2 + 27x + 18$.

a. Vérifier que P(x) = A(x) × B(x) où A(x) = $x^2 + x - 6$ et B(x) = $2x^2 - 5x - 3$.

b. Dresser les tableaux de signe de A(x) et B(x) puis en déduire le celui de P(x).

c. En déduire les solutions de l'inéquation P(x) < 0.

EXERCICE 4B.5

On considère le polynôme P(x) = $2x^4 + x^3 - 47x^2 - 79x + 51$.

a. Vérifier que $\dfrac{1}{2}$ et (-3) sont des solutions de P(x).

b. En déduire que P(x) = $(x - \dfrac{1}{2})(x + 3)$×Q($x$) où Q($x$) est un polynôme du second degré que l'on déterminera.

c. En déduire les solutions de l'inéquation P(x) $\leq$ 0.

CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI - *Montpellier*

EXERCICE 4B.1 Résoudre chaque inéquation à l'aide d'un tableau de signe :

a. Résoudre : $(2x + 7)(3x - 2) > 0$

x	$-\infty$		$-7/2$		$2/3$		$+\infty$
$2x + 7$		$-$		$-$		$+$	
$3x - 2$		$-$		$+$		$+$	
$(2x + 7)(3x - 2)$		$+$		$-$		$+$	

$$S = \left]-\infty; \frac{-7}{2}\right[\cup \left]\frac{2}{3}; +\infty\right[$$

d. Résoudre : $(2x + 3)(-3x + 4)(5 - 4x) < 0$

x	$-\infty$		$-3/2$		$5/4$		$4/3$		$+\infty$
$2x + 3$		$-$		$+$		$+$		$+$	
$-3x + 4$		$+$		$+$		$+$		$-$	
$5 - 4x$		$+$		$+$		$-$		$-$	
$P(x)$		$-$		$+$		$-$		$+$	

$$S = \left]-\infty; \frac{-3}{2}\right[\cup \left]\frac{5}{4}; \frac{4}{3}\right[$$

b. Résoudre : $(-5x + 4)(7 - 3x) \leq 0$

x	$-\infty$		$4/5$		$7/3$		$+\infty$
$-5x + 4$		$+$		$-$		$-$	
$7 - 3x$		$+$		$+$		$-$	
$(-5x + 4)(7 - 3x)$		$+$		$-$		$+$	

$$S = \left[\frac{4}{5}; \frac{7}{3}\right]$$

e. Résoudre : $\dfrac{(-x + 5)(3x - 1)}{(3 + 2x)(-7x - 3)} \leq 0$

$\to x \neq -\dfrac{3}{7}$ et $x \neq -\dfrac{3}{2}$

x	$-\infty$		$-3/2$		$-3/7$		$1/3$		5		$+\infty$
$-x + 5$		$+$		$+$		$+$		$+$		$-$	
$3x - 1$		$-$		$-$		$-$		$+$		$+$	
$3 + 2x$		$-$		$+$		$+$		$+$		$+$	
$-7x - 3$		$+$		$+$		$-$		$-$		$-$	
$Q(x)$		$+$	$\|\|$	$-$	$\|\|$	$+$		$-$		$+$	

$$S = \left]\frac{-3}{2}; \frac{-3}{7}\right[\cup \left[\frac{1}{3}; 5\right]$$

c. Résoudre : $\dfrac{7 - 3x}{x + 9} \geq 0 \to x \neq -9$

x	$-\infty$		-9		$7/3$		$+\infty$
$7 - 3x$		$+$		$+$		$-$	
$x + 9$		$-$		$+$		$+$	
$\dfrac{7 - 3x}{x + 9}$		$-$	$\|\|$	$+$		$-$	

$$S = \left]-9; \frac{7}{3}\right]$$

EXERCICE 4B.2 On considère le polynôme $P(x) = 6x^3 + 11x^2 - 4x - 4$

a. Vérifier que (-2) est une racine de $P(x)$:

$$P(-2) = 6\times(-2)^3 + 11\times(-2)^2 - 4\times(-2) - 4 = 6\times(-8) + 11\times 4 + 8 - 4 = -48 + 44 + 8 - 4 = 0$$

b. En déduire que $P(x) = (x + 2) \times Q(x)$ où $Q(x)$ est un polynôme du second degré que l'on déterminera :

-2 étant une racine de P(x), on peut factoriser P(x) par $(x - (-2))$, soit par $(x + 2)$

Pour trouver Q(x), deux méthodes :

- soit on pose Q(x) = $ax^2 + bx + c$ puis on développe $(ax^2 + bx + c)(x + 2)$ pour l'identifier avec P(x)
- soit on divise $6x^3 + 11x^2 - 4x - 4$ par $(x + 2)$ →c'est le plus rapide :

$$\begin{array}{r|l}
6x^3 + 11x^2 - 4x - 4 & x + 2 \\ \cline{2-2}
-6x^3 - 12x^2 & 6x^2 - x - 2 \\ \cline{1-1}
-x^2 - 4x & \\
+x^2 + 2x & \\ \cline{1-1}
-2x - 4 & \\
+2x + 4 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}$$

→ **Q(x) = $6x^2 - x - 2$**

c. Dresser le tableau de signe de Q(x) puis en déduire celui de P(x).

Discriminent : $\Delta=(-1)^2-4\times6\times(-2)=1+48=49=7^2$ → $\Delta>0$ donc deux solutions :

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{1-7}{2\times6}=\frac{-6}{12}=\frac{-1}{2}\quad\text{et}\quad x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{1+7}{2\times6}=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$$

Q(x) est de la forme ax^2+bx+c avec a > 0 donc :

$$Q(x)>0\ si\ x\in\left]-\infty;-\frac{1}{2}\right[\cup\left]\frac{2}{3};+\infty\right[$$

$$Q(x)<0\ si\ x\in\left]-\frac{1}{2};\frac{2}{3}\right[$$

x	$-\infty$		$-1/2$		$2/3$		$+\infty$
Q(x)		+	|	−	|	+	

P(x) = $\left(6x^2-x-2\right)(x+2)$

x	$-\infty$		-2		$-1/2$		$2/3$		$+\infty$
x + 2		−	|	+	|	+	|	+	
Q(x)		+	|	+	|	−	|	+	
P(x)		−	|	+	|	−	|	+	

d. En déduire les solutions de l'inéquation P(x) ≥ 0.

S = $\left[-2;\frac{-1}{2}\right]\cup\left[\frac{2}{3};+\infty\right[$

EXERCICE 4B.3 On considère le polynôme P(x) = $4x^3+8x^2-15x-9$.

a. Vérifier que (-3) est une racine de P(x) :

$$P(-3)=4\times(-3)^3+8\times(-3)^2-15\times(-3)-9=4\times(-27)+8\times9+45-9=-108+72+45-9=0$$

b. En déduire que P(x) = (x + 3) × Q(x) où Q(x) est un polynôme du second degré que l'on déterminera :

−3 étant une racine de P(x), on peut factoriser P(x) par $(x-(-3))$, soit par $(x+3)$

Pour trouver Q(x), utilisons la deuxième méthode :

→ on pose Q(x) = ax^2+bx+c ainsi P(x) = $\left(ax^2+bx+c\right)(x+3)$, soit :

P(x) = $ax^3+bx^2+cx+3ax^2+3bx+3c=ax^3+(b+3a)x^2+(c+3b)x+3c$

→on identifie cette écriture avec l'expression connue de P(x) = $4x^3+8x^2-15x-9$.

On obtient le système : $\begin{cases}a=4\\b+3a=8\\c+3b=-15\\3c=-9\end{cases}$ →a donne b qui donne c : $\begin{cases}a=4\\b=8-3a=8-3\times4=-4\\c=-15-3b=-15-3\times(-4)=-3\\c=-\frac{9}{3}=-3\end{cases}$

Ainsi **Q(x) =** $4x^2-4x-3$

c. Dresser le tableau de signe de Q(x) puis en déduire celui de P(x) :

Discriminent : $\Delta=(-4)^2-4\times4\times(-3)=16+48=64=8^2$ → $\Delta>0$ donc deux solutions :

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{4-8}{2\times4}=\frac{-4}{2\times4}=\frac{-1}{2}\quad\text{et}\quad x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{4+8}{2\times4}=\frac{12}{8}=\frac{3}{2}$$

Q(x) est de la forme ax^2+bx+c avec a > 0 donc :

$$Q(x)>0 \text{ si } x \in \left]-\infty;-\frac{1}{2}\right[\cup \left]\frac{3}{2};+\infty\right[$$

$$Q(x)<0 \text{ si } x \in \left]-\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right[$$

x	$-\infty$		$-1/2$		$3/2$		$+\infty$
Q(x)		+		−		+	

P(x) = $\left(4x^2-4x-3\right)\left(x+3\right)$

x	$-\infty$		-3		$-1/2$		$3/2$		$+\infty$
x + 2		−		+		+		+	
Q(x)		+		+		−		+	
P(x)		−		+		−		+	

d. En déduire les solutions de l'inéquation P(x) > 0.

S = $\left]-3;\frac{-1}{2}\right[\cup \left]\frac{3}{2};+\infty\right[$

EXERCICE 4B.4

On considère le polynôme P(x) = $2x^4 - 3x^3 - 20x^2 + 27x + 18$.

a. Vérifier que P(x) = A(x) × B(x) où A(x) = $x^2 + x - 6$ et B(x) = $2x^2 - 5x - 3$.

b. Dresser les tableaux de signe de A(x) et B(x) puis en déduire le celui de P(x).

c. En déduire les solutions de l'inéquation P(x) < 0.

EXERCICE 4B.5

On considère le polynôme P(x) = $2x^4 + x^3 - 47x^2 - 79x + 51$.

a. Vérifier que $\frac{1}{2}$ et (-3) sont des solutions de P(x).

b. En déduire que P(x) = $(x - \frac{1}{2})(x + 3)\times$Q($x$) où Q($x$) est un polynôme du second degré que l'on déterminera.

c. En déduire les solutions de l'inéquation P(x) $\leq$ 0.